跳躍-發散與隨機波動模型之選擇權最適避險策略
-快速傅立葉轉換之應用

涂登才* 劉祥熹** 陳菁華*** 廖志偉****

摘要

Black-Scholes模型存在假設選擇權之標的資產為對數常態分配及假設波動率隨時間經過並不會改變之兩個主要缺陷。因此，為改良Black-Scholes模型之缺陷、加快選擇權評價速度以及使買權價格函數為一平方可積函數等目的，本研究嘗試利用快速傅立葉轉換為媒介於Merton (1976)跳躍-發散模型、Heston (1993)隨機波動模型及Bates (1996)跳躍-發散與隨機波動之混合模型等三種修正模型，以進行臺指選擇權評價，並建構運用於不同商品下之選擇權避險策略。本研究於現貨商品避險方面，臺指價內買權或賣權避險策略運用以Delta中立避險效果較佳；股價波動幅度較大之價平及價外選擇權則以採用Delta-Gamma中立避險策略較為合適。再者，隨著避險區間之增長，各模型與策略之避險績效愈佳。至於衍生性商品避險方面，最小避險風險法大抵而言顯著相對優於最適CVaR避險策略，且整體而言信賴水準愈高的最適CVaR避險策略其避險績效愈佳。

最後，本研究實證結果顯示在探討理論價格與實際價格之評價誤差時，模型假設的放寬將可以降低其評價誤差，但於進行實際避險時則模型假設的放寬卻較無助於增加其避險績效，反而是一個較佳的避險策略將可大幅有效增加其避險績效。

關鍵字：跳躍-發散、隨機波動、快速傅立葉轉換、Delta-Gamma 中立避險、條件風險值避險

*銘傳大學財務金融學系 副教授

**台北大學國際企業研究所 教授兼所長

***銘傳大學財務金融學系 碩士

****銘傳大學財務金融學系 研究生

Optimal Option Hedging Strategy with Fast Fourier Transform in Jump Diffusion and Stochastic Volatility Models

Teng-Tsai Tu* Hsiang-Hsi Liu** Jing-Hua Cheng*** Chih-Wei Liao****

Abstract

Two major disadvantages in the conventional Black-Scholes model include that the underlying asset follows the log normal distribution and that volatility of underlying asset does not vary over time. To overcome these disadvantages, speed up option valuation and obtain call pricing function be a square-integrable function, this study employs fast Fourier transform in three modified call option valuation models, i.e., the jump-diffusion (Merton) model, stochastic volatility (Heston) model, and stochastic volatility with jump (SVJ, Bates) model. The empirical results of option hedging on spot market indicate that the Delta Neutral strategy of hedging in-the-money TAIEX options obtains better hedging effectiveness. When at-the-money and out-of-the-money TAIEX options with large volatility are used as hedging instruments, Delta-Gamma Neutral strategy obtains better hedging effectiveness. Moreover, the hedging effectiveness of various models and strategies increases as hedging horizon increases. As to options hedging on derivative assets, the hedging effectiveness of minimizing hedge risk outperformed that of optimal Conditional VaR hedge. The higher the confident level, the higher the hedging effectiveness of optimal Conditional VaR Hedge.

Key words **: Jump-Diffusion; Stochastic Volatility; Fast Fourier Transform; Delta-Gamma Neutral; Conditional VaR Hedge**

* Department of Finance, Ming Chuan University
** Graduate Institute of International Business, National Taipei University
*** Department of Finance, Ming Chuan University
**** Department of Finance, Ming Chuan University

壹、緒論

1973 年芝加哥選擇權交易所（Chicago Board Options Exchanges，簡稱 CBOE）成立後開始了選擇權上市交易。國內臺指選擇權則於民國 90 年 12 月 24 日開啟我國另一種新金融商品的交易。隨著選擇權交易的蓬勃發展，許多學者紛紛針對標的物之資訊進行檢視，並提出不同選擇權評價模型。其中以 1973 年 Black-Scholes 將含截距項與波動項之韋納過程（Wiener process）延伸發展成之選擇權評價模型最為知名。然而傳統 Black-Scholes 模型卻存在設定上之缺陷，如標的資產報酬率為對數常態分配與波動率固定不變等缺陷。因此，有些學者推論股票報酬分配應是數種隨機過程的組合，如 Merton (1976)跳躍-發散模型係藉由增加跳躍-發散過程，延伸傳統 Black-Scholes 模型以捕捉大且難以發生之事件。Heston (1993)隨機波動模型主要改良部分為假設存在一獨立不確定來源驅動標的資產之波動，可以捕捉微小且經常性之市場移動。Bates (1996) 跳躍-發散與隨機波動之混合模型則是結合 Merton 與 Heston 模型。此外，除了檢視標的資產之資訊外，近年來許多學者亦以一種藉由資產在未確定分配下，利用其資產波動性模擬出資產價值之傅立葉轉換與快速傅立葉轉換技術來成功地規避假設標的資產為對數常態分配之缺陷。其中快速傅立葉轉換相對於傅立葉轉換除了具有計算速度上之優點外，藉由快速傅立葉轉換更使得買權價格函數為一平方可積函數，在積分交換位置後即可進一步進行買權價格之簡單計算。

由於衍生性金融商品皆具有高槓桿與高風險之特性，若操作不當，極可能產生巨大的虧損。因此，對身處於瞬息萬變的金融環境下之投資者而言，遂需要一有效之避險策略以規避其所承擔之風險部位。一般而言，選擇權避險策略可依避險標的之不同而區分為現貨部位避險及衍生性商品部位避險。實務上進行選擇權對現貨部位避險，大部分係採用動態調整部位之 Delta 中立避險或加入非線性考量之 Delta-Gamma 中立避險。至於選擇權對衍生性商品部位避險係指運用一個選擇權組合規避一個選擇權或一個選擇權組合之風險。一般常使用最小避險風險

法（Minimize Hedge Risk）來達到極小化衍生性商品之避險組合風險。再者，避險即是降低風險，因此風險值(CVaR)概念的提出正可滿足此一需求。

綜合以上所述，本研究擬利用快速傅立葉轉換為評價媒介，並針對跳躍-發散、隨機波動及跳躍-發散與隨機波動之混合模型，以建構對現貨商品之 Delta 中立避險、Delta-Gamma 中立避險以及對衍生型商品之最小避險風險法、最適 CVaR 避險等選擇權避險策略，且進行不同避險策略於五日、十日及二十日避險區間下之績效評估，並提供投資人最佳避險之選擇權評價模型以及最適選擇權避險策略等相關資訊。

貳、文獻回顧

近代最早對於選擇權評價理論發展起源於 Bachelier (1900)之研究，其提出利用含截距項與波動項之算術布朗運動來模擬股票價格。之後 Samuelson (1965)進一步將 Bachelier (1900)之模型指數化，使得負價格結果不存在。直到 1973 年 Black 與 Scholes 利用標的資產遵循幾何布朗運動，即將含截距項與波動項之韋納過程延伸發展成選擇權評價模型。

為了修正 Black-Scholes 假設波動率為固定之缺陷，Cox and Ross (1976)提出股價服從連續純粹跳躍之隨機過程進行市場衝擊對選擇權評價之影響。但 Cox and Ross 評價模型存在無封閉解，且大多數標的資產價格之行為亦不符合 Cox and Ross 假設。因此，Merton (1976)進一步假設價格具有卜瓦松過程之跳躍-發散之過程（Jump-Diffusion process, JD），利用考慮離散時點的市場重大事件所造成之價格衝擊修正 Cox and Ross 模型之缺陷。

上述所有模型均假設價格隨機過程與波動過程不具相關性。Hull and White (1987)首次利用隨機波動概念對選擇權評價，並指出價格隨機過程與波動過程具有套利相關性。Hull and White (1987)之隨機波動模型為延展 Black-Scholes 模型

之里程碑，其主要改良為假設存在一獨立不確定來源驅動標的資產之波動。之後有許多相似之模型被提出，其中以 Heston (1993)所發展對歐式買權評價之隨機波動模型最常被運用。Heston (1993)發展連續隨機波動模型去對歐式買權評價。其模型除了保留股價隨機過程服從幾何布朗運動之假設外，更定義股價變異 V_t 為具有均數回復之平方根過程。其實證結果證實波動性若有重大變化下，平均標的物之報酬波動不影響選擇權價格的假設並非正確。

自此以後，學者們紛紛提出不同型態之跳躍-發散與隨機波動模型進行選擇權評價，更有許多學者將其兩者混合成一個模型。其中，Bates (1996)討論許多公開發行之選擇權訂價模型且結合 Merton (1976)與 Heston (1993)模型而提出隨機波動與跳躍-發散之混合模型（SVJ），並將其模型應用於 1984 年 1 月至 1991 年 6 月德國馬克對美元的外幣選擇權之評價上。

另一方面，選擇權評價方法有非常多種類，例如：蒙地卡羅模擬法、二元樹法、偏微分方式法、近似公式解、傅立葉轉換法及快速傅立葉轉換法。其中快速傅立葉轉換法除了可解決非對數常態之問題外，其相對於傅立葉轉換法具有計算快速之優勢。傅立葉轉換為一種藉由資產在未確定分配下，利用其資產之特徵函數模擬資產價值之技術。換言之，在資產的任何套利轉換不確定下利用狀態價格密度函數分析選擇權價格。由於傅立葉轉換技術允許資產報酬存在高狹峰與隨機波動的真實結構去驅動真實時間下之選擇權訂價，且利用特徵函數之區別與轉變可以使選擇權評價無限制與持續之機會設計方法，因此，傅立葉轉換已為財務經濟之重要工具之一。

Bakshi and Madan (2000)提出平均利率選擇權、相關選擇權及間斷觀察型之敲出選擇權在標的資產於任何套利轉換不確定下，利用狀態價格密度函數分析價格選擇權。運用特徵函數之區別與轉變在於使得選擇權評價無限制與持續之機會可以被設計並進而產生封閉解。在快速傅立葉轉換技術方面，Walker (1991)發展出的快速傅立葉轉換，應用於可分析之特徵函數，並展現出速度之優點。而 Carr and Madan (1999)將快速傅立葉轉換應用於選擇權之評價。其藉由將股價取對數以簡化程式之複雜性，並代入快速傅立葉轉換下的買權價值。因此與一般傅立葉轉換應用於股價之評價上不同。Borak, Detefson and Hardle (2005)利用 Merton (1976)、Heston (1993)及 Bates (1996)發展之模型，比較快速傅立葉轉換與蒙地卡羅法之速度與準確性。其實證結果發現快速傅立葉轉換優於蒙地卡羅法。Benth and Saltyte-Benth (2005)則以快速傅立葉轉換為媒介，利用包含跳躍之均數回復（mean-reverting）模型進行電力與天然氣之價差選擇權動態訂價。

不同商品部位下各避險策略運用之相關文獻則包括Black-Scholes (1973)以選擇權評價模型進行連續Delta中立避險，其假設於無風險的情況下，連續調整現貨部位可使避險組合(包含認購權證與標的股票)的損益為零而達到避險之效果。另外，Roon, Veld and Wei (1995)發現距到期日較長之歐式買權於事前策略且無考慮交易成本情況，Delta中立避險會有正利潤。但於事後策略或考慮交易成本情況，Delta中立避險之正利潤會消失，而Delta-Gamma中立避險則相較能產生正利潤結果。Windcliff, Forsyth and Vetzal (2003)亦指出假設波動性固定之Black-Scholes模型仍無法藉由Delta中立避險達到有效規避標的資產價格之跳躍性波動以及有效管理下方風險。因此，Delta-Gamma中立避險應為一適當選擇權避險工具。

在衍生性商品之避險方面，因衍生性商品組合型態千變萬化，因此可操作之策略亦更加具有彈性。如Alexander, Coleman and Y. Li (2004) 使用二十個同標的且流動性高之不同到期日的選擇權組合對一近月價平買權進行避險操作。至於Alexander, Coleman and Li (2006)則利用歐式選擇權及二元選擇權於不同標的、履約價之衍生性工具以規避一選擇權組合之風險。

所謂避險係指降低風險，因此 Boyle, Coleman and Li (2003)運用最小避險風險法極小化其避險組合風險。Coleman, Kim, Li, and Patron (2007)則分別以回顧選擇權及歐式選擇權進行最小避險風險法與風險調整下的 Delta 避險於不同模型下

之避險績效評估。Coleman, Kim, Li, and Patron (2007)更進一步指出不論於不同模型或避險策略下，運用歐式選擇權組合為避險工具的避險效果均優於原選擇權標的(回顧選擇權)所組成之避險工具。

實務上亦有學者建議納入「風險值」作為避險之考量。Duarte (1998)提出將風險值（VaR）極小化以降低下方風險之避險策略，稱為最適VaR避險（Optimal VaR hedge）。其發現此種避險方法比最小變異避險（Minimal variance hedge）或Delta中立避險更能降低避險組合的最大可能損失，也就是更能有效管理下方風險。然而，Artzner et al. (1999)指出VaR不滿足一致性公理且必須假設標的資產呈現常態分布之缺陷。而Mausser and Rosen (1999)則發現極小化投資組合VaR以降低下方風險之策略可能存在多個極小值解。因此，Rockafeller and Uryasev (2000)提出了條件風險價值－CVaR之風險計量技術，其定義CVaR係指投資組合的損失大於某個給定的VaR值之條件下，該投資組合損失之平均值。CVaR不僅能修正VaR不滿足一致性公理及須符合常態分配之缺陷，甚至較VaR於超過百分位點之下方風險信息更能準確估計。

Rockafeller and Uryasev (2002)則更進一步利用CVaR之概念，建構一個最適投資組合的決策模型，開啟從1952年來Markowitz投資組合理論的另一里程碑。Alexander and Baptista (2003)亦運用最適CVaR作為投資組合之選擇決策，其發現CVaR與VaR的界限一致時，CVaR的限制條件會比VaR的限制條件嚴謹。Alexander, Coleman and Y. Li (2004)、Alexander, Coleman and Li(2006)及Coleman, Kim, Li, and Patron (2007)等學者延續Rockafeller and Uryasev (2002)之研究，其將最適CVaR模型擴展為有考慮交易成本下之投資組合決策模型，且進一步檢驗CVaR模型運用之效率性。

參、研究設計與方法

本研究設計分為兩大方向，一為選擇權訂價模型，另一為選擇權避險策略。

在選擇權訂價方面，將Merton (1976)之跳躍-發散模型、Heston (1993)之隨機波動模型及Bates (1996)之混合模型等三種模型以快速傅立葉轉換技術為媒介，進一步對選擇權進行評價。

選擇權避險策略方面，在Merton、Heston及Bates模型之訂價基礎下，利用各模型所求算之風險係數（Greeks），分別建構對現貨商品避險之Delta中立避險與Delta-Gamma中立避險策略，另有對衍生性商品避險之最小避險風險法與最適CVaR避險法等策略，進行其不同避險區間之績效評估。

一、股價隨機過程

本研究為了避免Samuelson之(1965)及Black-Scholes(1973)於股價隨機過程假設對數股價呈現常態分配與波動率為固定不變之缺陷，因而進一步採用Merton (1976)提出之指數Lévy模型、Heston (1993)之隨機波動模型及Bates (1996)之混合模型以進行選擇權之評價。

(一) Merton 選擇權評價模型

Merton (1976)藉由增加跳躍（jump）要素，擴增原本Black-Scholes模型以修正Black-Scholes (1973)對股價隨機過程之連續性的假設，並進一步去衡量市場衝擊之情況。因此，Merton (1976)修正模型可描述如下：

$$S_t = S_0 \exp(\mu t + \sigma W_t + \sum_{j=1}^{N_t} Y_j) \tag{1}$$

其中S_0為第0期之股價，S_t為第t期之股價；μ為預期股價報酬率；σ為股價報酬率波動性；N_t為平均數λ之卜瓦松隨機過程；λ為每年跳躍Y_j預期數量；Y_j為當跳躍發生時之隨機跳躍大小，且跳躍Y_j服從平均數m與變異數δ^2之常態分配，即指$Y_j \sim N(m, \delta^2)$，且其跳躍間均互相獨立。跳躍要素可以解釋為一衡量衝

擊之模型，m 與 δ^2 決定單一跳躍要素之分配。最後，並假設卜瓦松隨機過程與跳躍皆獨立於韋納過程。

卜瓦松過程之使用動機係奠基於兩個假設：一為市場衝擊在非重疊時間區間內應互相獨立；二為一衝擊發生應與時間區間長度存在大約比例之關係。

股價隨機過程 S_t 在截距為 $\mu^M = r - \sigma^2/2 - \lambda\left\{\exp(m+\delta^2/2)-1\right\}$ 下被解釋為公平遊戲（fair game），換言之，(2)式為一平賭過程（Martingale）：

$$S_t = S_0 \exp(\mu^M t + \sigma W_t^M + \sum_{j=1}^{N_t} Y_j) \tag{2}$$

其中 μ^M 為風險中立下之股價報酬率；W_t^M 為風險中立下之韋納過程；r 為無風險利率；$L_t = \mu^M t + \sigma W_t^M + \sum_{j=1}^{N_t} Y_j$ 為一Lévy過程，因此Merton模型是一種指數Lévy模型。

由於快速傅立葉轉換技術需利用對數股價 $\log S_t$ 隨機過程之特徵函數來模擬選擇權價格。因此，本研究給定Merton模型之特徵函數如下所示：

$$\phi_{X_t}(z) = \exp\left\{t\left[-\frac{\sigma^2 z^2}{2} + i\mu^M z + \lambda(e^{\delta^2 z^2/2 + imz} - 1)\right]\right\} \tag{3}$$

其中 $X_t = \mu^M t + \sigma W_t^M + \sum_{j=1}^{N_t} Y_j$ ；i 為-1的正平方根。

(二) Heston 選擇權評價模型

Heston (1993)發展之股價隨機波動模型，如下所示：

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sqrt{V_t}\, dW_t^{(1)} \tag{4}$$

其中 V_t 為股價波動過程。至於利用平方根隨機過程所模擬之波動過程如下：

$$dV_t = \xi(\eta - V_t)dt + \theta\sqrt{V_t}\, dW_t^{(2)} \tag{5}$$

其中 $Cov(dW_t^{(1)}, dW_t^{(2)}) = \rho t$ ，即表示 $W_t^{(1)}$ 過程與 $W_t^{(2)}$ 過程間互有關聯；μ 為預期股票報酬率；ξ 為衡量均數復歸（Mean reversion）之速度；η 為長期平均波動性；

θ 為波動過程之波動性。

Heston模型之股價動態隨機過程亦為一平賭過程，且與Black-Scholes模型有相似之描述，可改寫如下：

$$S_t = S_0 \exp\left\{\int_0^t (r - \frac{1}{2}V_s)ds + \int_0^t \sqrt{V_s}dW_s^{(1)}\right\} \tag{6}$$

其中 r 為無風險利率。

為了運用快速傅立葉轉換技術， Heston模型之特徵函數如下所示：

$$\phi_{X_t}(z) = \frac{\exp\left\{\frac{\xi\eta t(\xi - i\rho\theta z)}{\theta^2} + iztr + izx_0\right\}}{(\cosh\frac{\gamma t}{2} + \frac{\xi - i\rho\theta z}{\gamma}\sinh\frac{\gamma t}{2})^{\frac{2\xi\eta}{\theta^2}}}$$

$$\times\exp\left\{\frac{(z^2 - iz)V_0}{\gamma\cosh\frac{\gamma t}{2} + \xi - i\rho\theta z}\right\} \tag{7}$$

其中 $X_t = \log S_t$ ，$\gamma = \sqrt{\theta^2(z^2 + iz) + (\xi - i\rho\theta z)^2}$ ；x_0 為對數股價 $\log S_t$ 隨機過程之期初值；V_0 為波動過程之期初值。

(三) Bates 選擇權評價模型

Bates (1996)結合Merton與Heston模型，將跳躍與隨機波動包含於股價隨機過程中，如下所示：

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sqrt{V_t}dW_t^{(1)} + dZ_t \tag{8}$$

$$dV_t = \xi(\eta - V_t)dt + \theta\sqrt{V_t}dW_t^{(2)} \tag{9}$$

其中 $Cov(dW_t^{(1)}, dW_t^{(2)}) = \rho t$ ，即表示 $W_t^{(1)}$ 過程與 $W_t^{(2)}$ 過程間互有關聯；Z_t 為平均數 $\lambda(Y_j)$ 之卜瓦松過程；$\lambda(Y_j)$ 為每年跳躍 Y_j 發生之預期數量；Y_j 為當跳躍發生時之隨機跳躍大小，且 $\ln(1+Y_j) \sim N\left(\ln(1+\bar{k}) - \frac{1}{2}\delta^2, \delta^2\right)$，而跳躍與跳躍之間均互相獨立。最後，假設卜瓦松分配與跳躍分配皆獨立於韋納過程。此混合模型除了參數 $\bar{k}$ 與

δ 為決定跳躍分配而與Heston模型不同外，Bates模型之其餘參數與Heston模型之參數具有相同之意義。因此，在風險中立之機率測度下得到對數股價之方程式如下：

$$dX_t = (r - \lambda \bar{k} - \frac{1}{2}V_t)dt + \sqrt{V_t}dW_t^{(1)} + \hat{Z}_t \tag{10}$$

其中 $\hat{Z}_t$ 為包含跳躍下常態分配之卜瓦松過程。

在發散項（Diffusion part）之跳躍均互相獨立的情況下，Bates模型之對數股價之特徵函數可表示為：

$$\phi_{X_t}(z) = \phi_{X_t}^D(z)\phi_{X_t}^J(z) \tag{11}$$

其中 $\phi_{X_t}^D(z)$ 為特徵函數之發散項，如(12)式。Bates模型之特徵函數發散項與Heston模型相當類似，其差異處只在於 $\lambda\bar{k}$ 部分：

$$\phi_{X_t}^D(z) = \frac{\exp\left\{\dfrac{\xi\eta t(\xi - i\rho\theta z)}{\theta^2} + izt(r - \lambda\bar{k}) + izx_0\right\}}{\left(\cosh\dfrac{\gamma t}{2} + \dfrac{\xi - i\rho\theta z}{\gamma}\sinh\dfrac{\gamma t}{2}\right)^{\frac{2\xi\eta}{\theta^2}}}$$

$$\times\exp\left\{\frac{(z^2 - iz)V_0}{\gamma\cosh\dfrac{\gamma t}{2} + \xi - i\rho\theta z}\right\} \tag{12}$$

$\phi_{X_t}^J(z)$ 為特徵函數之跳躍項，如(13)式。特徵函數跳躍項則與Merton模型之跳躍項有相似之結構

$$\phi_{X_t}^J(z) = \exp\left\{t\lambda(e^{\delta^2 z^2/2 + i(\ln(1+\bar{k}) - 1/2\delta^2)z} - 1))\right\} \tag{13}$$

二、選擇權之評價

本研究於此節將介紹以快速傅立葉轉換(FFT)為媒介之選擇權評價模型。假設 k 為執行價 K 取對數，即 $k = \log K$，而 $C_T(k)$ 為執行價 $K = \exp(k)$ 與到期日 T 之歐式買權價格。q_T 為 $s_T = \log S_T$ 之風險中立密度函數。因此，風險中立下之特徵

函數可描述如下

$$\phi_T(u) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} e^{ius} q_T(s) ds \tag{14}$$

而買權價格函數則可給定：

$$C_T(k) \equiv \int_{k}^{\infty} e^{-rT} (e^s - e^k) q_T(s) ds \tag{15}$$

根據 Plancherel 定理可知，$C_T(k)$ 在 $k \to -\infty$ 之情況下會收斂至 S_0。因此，買權價格函數 C_T 並非平方可積函數。本研究考慮修正買權價格函數 $c_T(k)$ 以獲取平方可積函數，其修正函數如下所示：

$$c_T(k) = \exp(\alpha k) C_T(k) \tag{16}$$

其中 $\exp(\alpha k)$ 為修正因子。在 $\alpha > 0$ 之情況下，$c_T(k)$ 函數為平方可積函數。修正買權價格函數 $c_T(k)$ 之傅立葉轉換被定義為：

$$\varphi_T(v) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ivk} c_T(k) dk \tag{17}$$

其次，買權價格函數 $C_T(k)$ 可藉由逆變換（inverse transform）反求之：

$$C_T(k) = \frac{\exp(-\alpha k)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ivk} \varphi_T(v) dv$$

$$= \frac{\exp(-\alpha k)}{\pi} \int_{0}^{\infty} e^{-ivk} \varphi_T(v) dv \tag{18}$$

再者，由(15)式與(17)式可知，修正買權價格函數之傅立葉轉換 φ_T 在積分交換位置後即可直接計算：

$$\varphi_T(v) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ivk} \int_{k}^{\infty} e^{\alpha k} e^{-rT} (e^s - e^k) q_T(s) ds dk$$

$$= \frac{e^{-rT} \phi_T\{v - (\alpha+1)i\}}{\alpha^2 + \alpha - v^2 + i(2\alpha+1)v} \tag{19}$$

其中 ϕ_T 為 q_T 函數之傅立葉轉換。

在(17)式中，$\alpha > 0$ 時，$c_T(k)$ 函數為平方可積函數。假定 α 不存在之情況下，當 $v = 0$ 將造成(19)式之分母 $\alpha^2 + \alpha - v^2 + i(2\alpha+1)v$ 為零，使 $\varphi_T(v)$ 變為奇異函數。

然而，利用快速傅立葉轉換計算(19)式時，必須包含$v=0$之情況。為了克服此種狀況，在(15)式乘上一修正因子，即為(16)式。

此外，$\alpha>0$對於調整買權價格在負的對數履約價之可積性是有利的，但不利於在正的對數履約價之可積性。因此，為了使調整買權價格在正的對數履約價上之可積性，使$c_T(k)$成為平方可積函數，其充分條件為給定$\varphi_T(0)$為有限值。由(19)式可知，當$\phi_T\{v-(\alpha+1)i\}$為有限值時，則$\varphi_T(0)$為有限值。從特徵函數的定義可得其充分條件描述如下：

$$E(S_T^{\alpha+1})<\infty \tag{20}$$

實務上，α之界限設定可依據特徵函數與(20)式條件而定義，且發現$\frac{1}{4}$上界之設定，可得最佳α值。

在此值得注意，(18)式積分過程為無限上界。因此，只要風險中立下之特徵函數符合其充分條件，即(20)式成立且獨立於v，則α之界限選取範圍可如下所示：

$$|\varphi_T(v)|^2<\frac{E\left[S_T^{(\alpha+1)}\right]}{(\alpha^2+\alpha-v^2)+i(2\alpha+1)^2v^2}<\frac{A}{v^4} \tag{21}$$

若假設A為固定常數下，由(21)式可得 $|\varphi_T(v)|<\frac{\sqrt{A}}{v^2}$ 。

接著，將等式兩邊取積分得：

$$\int_{-\infty}^{\infty}|\varphi_T(v)|\,dv\le\sqrt{A}\int_{-\infty}^{\infty}v^{-2}dv=\sqrt{A}(0+1/\alpha) \tag{22}$$

因此，若取α之下界，則(22)式中$\varphi_T(v)$積分之界限為$\sqrt{A}/\alpha$，則如此選取之截斷誤差界限為：

$$\frac{\exp(-\alpha k)}{\pi}\frac{\sqrt{A}}{\alpha} \tag{23}$$

若欲使此誤差小於ε，則可選取：

$$\alpha>\frac{\exp(-\alpha k)}{\pi}\frac{\sqrt{A}}{\varepsilon} \tag{24}$$

其中ε為自行設定大於零之常數。

綜合上述，本研究根據Carr and Madan (1999)建議設定α為$\dfrac{1}{2}$。

以下將介紹快速傅立葉轉換於選擇權上之應用。首先，針對(23)類型計算式之和，快速傅立葉轉換便可顯現出其效率性：

$$\omega_u = \sum_{j=1}^{N} e^{-i\frac{2\pi}{N}(j-1)(u-1)} x_j \text{，} \quad u = 1, 2, ..., N \tag{25}$$

本研究在φ_T條件下可藉(16)與(17)式之條件得到本研究所要求之選擇權價格$C_T(k)$：

$$C_T(k) = \frac{\exp(-\alpha k)}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-ivk} \varphi_T(v) dv \tag{26}$$

利用 Trapezoid rule 將積分化為有限之數值，如下所示：

$$C_T(k) \approx \frac{\exp(-\alpha k)}{\pi} \sum_{j=1}^{N} e^{-iv_j k} \varphi_T(v_j) \eta \tag{27}$$

其中$v_j = \eta(j-1)$，$j = 1, 2, ..., N$；

η是積分區間兩點間之距離，$\eta > 0$。

接下來，將對數履約價k分成N個等份，其空間間隔大小為υ。其對數履約價k之範圍從$-b$到b。因此，本研究考慮執行價與即期價格間存在等距離空間即為：

$$k_u = -b + \upsilon(u-1) \text{，} \quad u = 1, 2, ..., N \tag{28}$$

接著令$b = N\upsilon/2$，即得$b-(-b) = 2b = N\upsilon$，並將之代入(27)式，則$C_T(k)$可修正為下式：

$$C_T(k_u) \approx \frac{\exp(-\alpha k_u)}{\pi} \sum_{j=1}^{N} e^{-iv_j(-b+\upsilon(u-1))} \varphi_T(v_j) \eta$$

$$C_T(k_u) = \frac{\exp(-\alpha k_u)}{\pi} \sum_{j=1}^{N} e^{-i\upsilon\eta(j-1)(u-1)} e^{ibv_j} \varphi_T(v_j) \eta \text{，} \quad u = 1, 2, ..., N \tag{29}$$

因此，(25)式與(29)式相似，其(25)式之x_j可以被表達成下式：

$$x_j = e^{i\{(1/2N\lambda)v_j\}}\varphi_T(v_j)\text{，for } j = 0,1,...,N-1 \tag{30}$$

其中，比較(25)式與(29)可知：

$$\lambda\eta = 2\pi/N \tag{31}$$

在(31)式中，由於N控制模型之計算時間，通常為給定值，再加上2π為固定值，因此，等式右邊皆為已知數。剩下等式左邊之ς與η則互為抵換關係。假設將ς縮小以增加履約價格數量，則η會變大而使積分給定一個粗劣之區間間格。所以，為了達到不失積分近似準確性與取得較大之η，Carr and Madan (1999)使用辛普森法則加權總和符號（Simposon's Rule Weightings）內之各項，並將(31)式代入(29)式得到利用快速傅立葉轉換評價下之選擇權價值如下：

$$C_T(k_u) \approx \frac{\exp(-\alpha k_u)}{\pi}\sum_{j=1}^{N} e^{-i\frac{2\pi}{N}(j-1)(u-1)} e^{i\{(1/2N\lambda)v_j\}}\varphi_T(v_j)\frac{\eta}{3}(3+(-1)^j-\delta_{j-1}) \tag{32}$$

其中$\delta_{(.)}$為 Kronecker delta 函數，當$n=0$時為 1，否則為 0。

最後，關於賣權價值之模擬方面，則可利用上述估計買權價格方式加以類推，故不再贅述，因而選擇權評價模型即趨於完備。

另一方面，由於運用快速傅立葉轉換所需之特徵函數中含有許多未知參數。因此，本研究股價模型之特徵函數參數係利用市場上已知之選擇權價值與快速傅立葉轉換之選擇權評價模型反推出合適選擇權評價模型之參數值。換言之，係利用 Bakshi, Cao and Chen(1997)之函數誤差最小化方法進行三種特徵函數中未知參數$\Phi(\mu^M, m, \lambda, \delta, \overline{k}, \xi, \eta, \rho, \theta, V_0, x_0)$之估計。

步驟一：估算市場上選擇權價值與模擬選擇權價值之差異：

在同一天中，收集N個分別與標的資產價格、剩餘時間及執行價相同之選擇權價格，其中$n=1,2,...,N$。本研究設定$O_n(S_n,\tau_n,K_n)$為市場上觀察到之選擇權

價值，而$\hat{O}_n(S_n,\tau_n,K_n)$則為自模型中求得之模擬選擇權價值。$O_n(S_n,\tau_n,K_n)$與$\hat{O}_n(S_n,\tau_n,K_n)$之差異定義如下：

$$e_n(\Phi) \equiv O_n(S_n,\tau_n,K_n) - \hat{O}_n(S_n,\tau_n,K_n) \tag{33}$$

步驟二：利用函數誤差最小化方法求出未知參數：

將$t=1,2,...,T$天之市場上選擇權價值與模擬選擇權價值之差異分別利用函數誤差最小化方法計算，其定義如下：

$$SSE(t) \equiv \min_{\Phi} \sum_{n=1}^{N} | e_n(\Phi) |^2 \tag{34}$$

接下來利用上述兩步驟重覆求算$\sum_{t}^{T} SSE(t)$最小值。當求得之$\sum_{t}^{T} SSE(t)$為最小值時，其數值為未知參數之最適參數值。

最後，本研究利用誤差均方根(RMSE)作為最適參數值之衡量

標準。其公式如下所示：

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(O_{mkt} - O_{\text{mod}})^2} \tag{35}$$

其中O_{mkt}為實際市場上之選擇權價格；O_{mod}為各模型最適參數下所求得之選擇權價格。

三、選擇權評價績效衡量

(一) 平均絕對誤差(Mean Absolute Error, MAE)

$$MAE = \frac{1}{N}\sum_{i}^{N}\left|O_i^{\text{mod}} - O_i^{mkt}\right| \tag{36}$$

其中N為觀察值個數。O_{mkt}為實際市場上之選擇權價格；O_{mod}為各模型最適參數下所求得之選擇權價格。

(二) 平均絕對百分比誤差(Mean Absolute Percentage Error, MAPE)

$$MAPE = \frac{1}{N}\sum_{i}^{N}\left|\frac{O_i^{\text{mod}} - O_i^{mkt}}{O_i^{mkt}}\right| \tag{37}$$

(三) 均方誤差(Mean Square Error, MSE)

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{O_i^{\text{mod}} - O_i^{mkt}}{O_i^{mkt}}\right]^2 \tag{38}$$

最後，若上述三種衡量評價績效的指標所求算之誤差值愈小，表示該模型所模擬之選擇權價格愈接近實際價格，且模型效果愈佳。

四、選擇權之風險係數(Greeks)

(一) Delta(δ)

本研究參考Detlefsen (2005)及Horst, Wolpert and Malone (2006)建議之作法，利用變動的概念來逼近買權Delta值，以方便計算其值：

$$\delta \approx \frac{C(S_t + \Delta S, X, \tau) - C(S_t - \Delta S, X, \tau)}{2\Delta S} \tag{39}$$

其中 X 為履約價格；τ 為剩餘時間。

同理可推，由變動之概念來逼近賣權Delta值為

$$\delta \approx \frac{P(S_t - \Delta S, X, \tau) - P(S_t + \Delta S, X, \tau)}{2\Delta S} \tag{40}$$

(二) Gamma(Γ)

根據Detlefsen (2005)及Horst, Wolpert and Malone (2006)建議之做法，進而求得方便計算之買權Gamma值定義：

$$\Gamma \approx \frac{C(S_t - \Delta S, X, \tau) - 2C(X, \tau) + C(S_t + \Delta S, X, \tau)}{\Delta S^2} \tag{41}$$

同理可推，方便計算之賣權Gamma值為

$$\Gamma \approx \frac{P(S_t - \Delta S, X, \tau) - 2P(X, t) + P(S_t + \Delta S, X, \tau)}{\Delta S^2} \tag{42}$$

(三) Theta(Θ)

本研究參考Detlefsen (2005)及Horst, Wolpert and Malone (2006)建議之做

法，利用變動的概念來逼近買權Theta值：

$$\Theta \approx \frac{C(X,\tau+\Delta\tau)-C(X,\tau-\Delta\tau)}{2\Delta\tau} \tag{43}$$

同理可推，可定義賣權Theta值為

$$\Theta \approx \frac{P(X,\tau+\Delta\tau)-P(X,\tau-\Delta\tau)}{2\Delta\tau} \tag{44}$$

最後，利用本節所定義之風險係數來進行選擇權避險之操作。至於本研究所運用的避險策略之細節，將於下節詳加敘述之。

五、選擇權避險策略

本研究擬運用實務上常見的Delta中立避險與Delta-Gamma中立避險等策略於現貨商品之避險。另一方面，本研究亦應用最小避險風險法與最適CVaR避險作為衍生性商品之避險指標，以進行不同避險策略在不同避險區間之績效評估。

(一) 現貨商品之避險

1. Delta 中立避險

本研究仿效Chan, Cheng and Lung (2006)等人之方法，於無交易成本考量下，利用裸部位（naked position）之買權(賣權)以及(買)賣δ單位的之現貨，進而建構一Delta中立避險策略。Delta中立避險之買權投資組合價值與賣權投資組合價值可分述如下：

$$OPT_{Delta\ neutral} = OPT + \delta_0\left(S_T - S_0 e^{rT}\right) + \sum_{t=0}^{T-1}\delta_t(S_{t+1}-S_t)e^{r\tau} \tag{45}$$

其中OPT為裸部位之買權(賣權)價格；δ_0與δ_t分別表示期初之避險比率與第t期之避險比率；S_0與S_T分別代表期初之現貨價格與代表到期期間T之現貨價格；e^{rT}係指至到期期間T之複利因子，r為無風險利率，τ則代表剩餘時間。

2. Delta-Gamma 中立避險

本研究參考Roon, Veld and Wei (1995)之建議，於無交易成本考量下，利用裸部位之不同距到期日的買權(賣權)組合，進而建構一Delta-Gamma中立避險策略。其價值可描述如下：

$$OPT_{Delta-Gamma\ neutral} = \lambda_{1,t}^{O} OPT_{1,t} + \lambda_{2,t}^{O} OPT_{2,t} + \lambda_{3,t}^{O} OPT_{3,t} \tag{46}$$

其中$OPT_{1,t}$、$OPT_{2,t}$及$OPT_{3,t}$分別為遠月、次近月及近月之裸部位買權價格；$\lambda_{1,t}^{O}$、$\lambda_{2,t}^{O}$及$\lambda_{3,t}^{O}$則分別表示遠月、次近月及近月之買權所持有的部位。若設定$\lambda_{1,t}^{O}$為1，故在滿足Delta-Gamma中立避險效果下，$\lambda_{2,t}^{O}$與$\lambda_{3,t}^{O}$亦可定義為：

$$\lambda_{2,t}^{O} = \frac{\delta_{1,t}^{O}\Gamma_{3,t}^{O} - \delta_{3,t}^{O}\Gamma_{1,t}^{O}}{\delta_{3,t}^{O}\Gamma_{2,t}^{O} - \delta_{2,t}^{O}\Gamma_{3,t}^{O}} \quad , \quad \lambda_{3,t}^{O} = \frac{\delta_{2,t}^{O}\Gamma_{1,t}^{O} - \delta_{1,t}^{O}\Gamma_{2,t}^{O}}{\delta_{3,t}^{O}\Gamma_{2,t}^{O} - \delta_{2,t}^{O}\Gamma_{3,t}^{O}} \tag{47}$$

(二) 衍生性商品之避險

1. 最小避險風險法

本研究根據Boyle, Coleman and Li (2003)極小化避險風險之方法，假設未避險前持有標的$S \in R^{d}$之選擇權組合$H^{T} = (H_1, H_2, ..., H_m)$，其中$H_i$表示第$i$種選擇權價值，且等權重持有選擇權組合內$m$種選擇權之部位。其次，在採取避險策略後特定時間$\bar{t}$內，以$x^{T} = (x_1, x_2, ..., x_m)$之權重持有選擇權組合內$m$種選擇權，進而建構一投資組合價值為$\Pi^{\bar{t}} = \sum_{i=1}^{m} x_i H_i^{\bar{t}}$之避險組合。

本研究最小避險風險法可表示如下：

$$\min_{x \in R^m} \quad \mathrm{E}\left[(\Pi^{\bar{t}} - \Pi^{0})^2\right] = \mathrm{E}\left[(\sum_{i=1}^{m} x_i H(S,t) - \Pi^{0}(S,t))^2\right] \tag{48}$$

其中$\Pi^{\bar{t}} = x^{T} H^{\bar{t}}$表示用以避險之選擇權組合價值；$\Pi^{0}$表示原始選擇權組合可能發生之損失。

2. 最適CVaR避險

假設在未避險前，等權重持有選擇權組合內m種資產價格為$S \in R^{d}$之選擇權，因此未避險前的原始選擇權組合價值為$x^{T} H^{0}$。其次，在採取避險策略後之

特定持有時間$\bar{t}$內，令$f(x,H)$為一個選擇權避險組合的損益函數，其中$x^T=(x_1,x_2,...,x_m)$表示選擇權組合內m種選擇權之部位；$H^T=(H_1,H_2,...,H_m)$，H_i表示第i種選擇權價值。因此，損益函數可表示爲：

$$f(x,H)=-x^T(H^{\bar{t}}-H^0)$$

$$=-x^T(\partial H) \tag{49}$$

其中$x^TH^{\bar{t}}$為避險區間$\bar{t}$內的選擇權組合價值；x^TH^0為未避險之原始選擇權組合價值。∂H則表示特定持有時間$\bar{t}$內的選擇權價值變動量，計算方式係根據Alexander, Coleman and Li (2006)計算選擇權組合價值之方式，以Delta-Gamma近似法去逼近∂H：

$$\partial H=H_i^{\bar{t}}-H_i^0$$

$$=\frac{\partial H_i^0}{\partial t}d\bar{t}+\frac{\partial H_i^0}{\partial S}dS+\frac{1}{2}\left(dS\right)\frac{\partial^2 H_i^0}{\partial S^2}(dS) \tag{50}$$

其中$\frac{\partial H_i^0}{\partial \tau}$為第$i$種選擇權之Theta；$\frac{\partial H_i^0}{\partial S}$為第$i$種選擇權之Delta；$\frac{\partial^2 H_i^0}{\partial S^2}$為第$i$種選擇權之Gamma。

最後，本研究採用Rockafeller and Uryasev (2000)之最適化CVaR的投資組合決策模型可描述如下：

$$\min_{(x,\alpha)}\ \alpha+\frac{1}{m(1-\beta)}\sum_{i=1}^{m}\left[-(\partial H)^T x-\alpha\right]^+$$

$$subject\ to\quad (H^0)^T x=1\,,\ (\overline{\partial H})^T x=\bar{r}\ \ and\quad l\le x\le u \tag{51}$$

其中α係指投資組合之VaR；β代表信心水準；m為避險組合內選擇權個數；$\bar{r}$為平均避險組合價值；l與u則分別表示持有部位之下界與上界。

六、選擇權避險績效衡量指標

本研究採用「平均變異數避險績效指標」以衡量不同商品下不同避險策略之績效評估。至於其計算式如下所示：

$$he_j = \frac{Var_j^U - Var_j^H}{Var_j^U} \tag{52}$$

$$AHE^{Var} = \frac{\sum_{j=1}^{M} he_j}{M} \tag{53}$$

其中 Var^U 為未採取避險之報酬變異數；Var^H 為已採取避險之報酬變異數；he_j 為第j個遞迴之相對變異數避險績效；M 為避險區間內之遞迴次數。

AHE^{Var} 值愈大，表示該避險組合之風險因避險操作策略而減少之幅度愈大，亦即避險組合之價值愈趨於平穩化、該避險策略愈佳且愈能有效降低風險。

肆、實證分析

本章主旨針對Black-scholes模型、跳躍-發散模型、隨機波動模型以及跳躍-發散與隨機波動之混合模型等模型所評價結果求算各模型之風險係數，並藉由該風險係數進行選擇權避險策略之運用。

一、資料來源與處理

本研究主要資料包括調整後臺灣股票加權指數每日收盤價、臺灣股票加權指數選擇權之收盤價以及三個月期商業本票利率，其中臺灣股票加權指數選擇權包括選擇買權與賣權。至於針對無風險利率部份，本研究則使用三個月期商業本票利率。本研究資料選取波動較顯著之 2007 年 9 月 3 日至 2008 年 2 月 29 日作為避險實證期間，其共計六個月之研究期間。

首先於選擇權到期日選取方面，臺灣股票加權指數選擇權包括五種交割月份契約，因而本研究選取交易量較為活絡之三個較近月份契約，且進一步分成近月、次近月及遠月等契約。其次，為了避免選擇權到期日效應（expiration day effect），即近月選擇權接近到期時影響選擇權評價之績效，因此本研究將臺灣股票加權指數選擇權到期日前四日至到期當日之資料以下一月份之資料取代原樣本資料，以期模型評估更臻客觀。至於選擇權價性選取方面，本研究則定義以最接近當日臺股指數收盤價之選擇權履約價價位為價平選擇權；價平選擇權執行價上下各100 點與上下各200 點分別為價內(外)1選擇權與價內(外)2選擇權。

二、跳躍-發散、隨機波動及混合模型之最適參數估計

由於利用快速傅利葉轉換評價下之選擇權模型與時間價值模型內，其主要估計參數為N、h及a。因此，針對N、h及a之選取方面，本研究參考Carr and Madan(1999)所考慮計算時間及準確度的平衡所設定之數值，即設定N為4096(12^2)、h為75/512，至於a則設定為1.5。本研究於研究期間內所求出的買權及賣權最適參數估計均值則分別列於表1。

表 1　跳躍-發散、隨機波動及混合模型於研究期間內買權最適參數估計之均值

	跳躍-發散		隨機波動		混合	
	買權	賣權	買權	賣權	買權	賣權
λ	0.1342	0.1124	n/a	n/a	0.6560	0.5101
δ	0.0846	0.0221	n/a	n/a	0.2990	0.4218
σ	0.2810	0.3104	n/a	n/a	n/a	n/a
$\underline{m}$	-0.1526	-0.0839	n/a	n/a	n/a	n/a
$\bar{k}$	n/a	n/a	n/a	n/a	-0.0808	-0.0371
ξ	n/a	n/a	4.7484	8.8745	10.2786	8.0925
η	n/a	n/a	0.0856	0.0895	0.0938	0.0989
θ	n/a	n/a	0.7994	0.8219	0.4354	0.3571
ρ	n/a	n/a	-0.1648	-0.0001	-0.3340	-0.1501
V_0	n/a	n/a	0.0746	0.0923	0.0017	0.0040
RMSE	26.6195	22.4277	16.0842	12.4398	16.0936	12.6767

說明：1.n/a 表示該模型不存在此參數。
2.誤差均方根(RMSE)係用於衡量三種模型配適誤差之結果。

介紹完三種模型所需估計之最適參數後，以下將利用各模型之最適參數估計值進行樣本外臺指選擇權評價模型之績效衡量。

三、Black-Scholes、跳躍-發散、隨機波動及混合模型於樣本外評價分析

樣本外之選擇權評價方法係將前述樣本內期間所求得之每日最適參數估計值，代回樣本內原本求取最適參數估計值之次一天進行樣本外評價預測。

首先，綜合不同到期日結果，即探討在不分近月、次近月及遠月之情況下，Black-Scholes模型、跳躍-發散模型、隨機波動模型以及混合模型等四種模型，其樣本外選擇權評價誤差之Wilcoxon符號等級檢定。其次，進一步將上述不同評價誤差下整體選擇權之最佳選擇權評價模型再予以彙整至表2。

表 2　不同誤差績效分析下樣本外整體選擇權評價之最佳模型彙總

評價誤差均值							
	MAE	MAPE	MSE		MAE	MAPE	MSE
買權整體				賣權整體			
價外	Heston	Bates	Heston	價外	Bates	Bates	Heston
價平	Heston	Heston	Heston	價平	Bates	Bates	Heston
價外	Heston	Heston	Heston	價外	Bates	Bates	Heston
wilcoxon 檢定							
	MAE	MAPE	MSE		MAE	MAPE	MSE
買權整體				賣權整體			
價外	Heston	Bates	Heston	價外	Heston/Bates	Bates	—
價平	Heston/Bates	Heston/Bates	Heston/Bates	價平	Heston/Bates	Bates	—
價外	Heston	Heston	Heston	價外	Bates	—	—

說明：1.Black-Scholes模型代表本研究之對照組；Merton模型為跳躍-發散模型；Heston模型為隨機波動模型；Bates模型為跳躍-發散與隨機波動之混合模型。

由表2可知，於不分近月、次近月及遠月情況下，樣本外價內及價外買權以隨機波動模型為最佳之評價模型，樣本外價平買權則以隨機波動模型及混合模型為相對較佳之評價模型。另一方面，檢定結果亦大抵而言顯示無論於價內、價平或價外賣權，混合模型均為相對較佳之評價模型。

本研究進一步研判樣本外預測中混合模型顯著相對優於隨機波動模型的可能原因。隨機波動模型雖然幾乎可以隨機波動的概念來解釋臺指選擇權價格之變化，但整體價內、價平買權及價外賣權之交易量相對較少，因而相對較易出現選擇權價格跳躍之現象。因此，考慮隨機波動再加上跳躍狀況之混合模型可能較易捕捉選擇權價格跳躍的情況。換言之，混合模型於近月、次近月價內買權以及不同到期日的價平、價外賣權等情況下，將相對優於隨機波動模型。

四、現貨商品之選擇權避險策略運用

(一) Delta 中立避險策略

首先，將近月、次近月及遠月選擇權之Delta中立避險結果加以簡單平均，亦即探討不分近月、次近月及遠月選擇權之整體而言，則Black-Scholes模型、跳躍-發散模型、隨機波動模型以及混合模型的臺指整體選擇權避險績效如表3所示。至於不同模型的避險績效之Wilcoxon符號等級檢定值則彙總如表4所示。

表 3　Delta中立避險運用於四種模型之臺指整體選擇權平均避險績效

	臺指買權			臺指賣權		
	價內	價平	價外	價內	價平	價外
五日避險區間						
B_S	0.5321	0.6582	0.7644	0.5112	0.7082	0.8482
Merton	0.5399	0.7211	0.8630	0.6579	0.7667	0.8518
Heston	0.6108	0.7184	0.8083	0.6031	0.7112	0.8022
Bates	0.5835	0.7099	0.8060	0.5874	0.7235	0.8287
十日避險區間						
B_S	0.7604	0.8262	0.8814	0.7524	0.8528	0.9243
Merton	0.7644	0.8578	0.9304	0.8254	0.8821	0.9261
Heston	0.8037	0.8582	0.9037	0.7973	0.8525	0.8989
Bates	0.7902	0.8529	0.9021	0.7896	0.8602	0.9144
二十日避險區間						
B_S	0.8903	0.9178	0.9415	0.8825	0.9299	0.9635
Merton	0.8900	0.9332	0.9674	0.9207	0.9443	0.9632
Heston	0.9065	0.9322	0.9537	0.9053	0.9311	0.9527
Bates	0.9022	0.9312	0.9539	0.9031	0.9341	0.9584

說明：Black-Scholes模型代表本研究之對照組；Merton模型為跳躍-發散模型；Heston模型為隨機波動模型；Bates模型為跳躍-發散與隨機波動之混合模型。

由表3可知，臺指買權之Delta中立避險運用方面，除了十日避險區間之價平買權情況外，無論於何種避險區間下，隨機波動模型於價內買權可獲得最大之平均避險績效。跳躍-發散模型則於價平及價外買權之避險效果相對優於其他模型。再者，臺指賣權之Delta中立避險運用方面，除了二十日避險區間之價外賣權情況外，無論於何種避險區間及不同價性下， 跳躍-發散模型之避險效果均相對優於其他模型。另一方面，隨著避險區間之增長，臺指遠月選擇權之Delta中立避險策略的避險效果愈佳，且各模型間避險績效差異亦呈現縮小之趨勢。

表 4 Delta中立避險下四種模型於臺指整體選擇權避險績效之Wilcoxon符號等級檢定值

	臺指買權			臺指賣權		
	價內	價平	價外	價內	價平	價外
五日避險區間						
B-S vs Merton	-0.0078 **	-0.0628 ***	-0.0986 ***	-0.1467 ***	-0.0585 ***	-0.0037 *
B-S vs Heston	-0.0787 ***	-0.0602 ***	-0.0439 ***	-0.0919 ***	-0.0030 **	0.0460 ***
B-S vs Bates	-0.0515 ***	-0.0517 ***	-0.0416 ***	-0.0762 ***	-0.0154 ***	0.0195 ***
Merton vs Heston	-0.0709 ***	0.0027 **	0.0547 ***	0.0548 ***	0.0555 ***	0.0496 ***
Merton vs Bates	-0.0437 ***	0.0112 ***	0.0570 ***	0.0705 ***	0.0432 ***	0.0231 ***
Heston vs Bates	0.0273 ***	0.0085 ***	0.0023	0.0157 ***	-0.0123 ***	-0.0265 ***
十日避險區間						
B-S vs Merton	-0.0040	-0.0316 ***	-0.0490 ***	-0.0730 ***	-0.0293 ***	-0.0018
B-S vs Heston	-0.0433 ***	-0.0320 ***	-0.0223 ***	-0.0449 ***	0.0002 *	0.0254 ***
B-S vs Bates	-0.0297 ***	-0.0267 ***	-0.0207 ***	-0.0372 ***	-0.0074 ***	0.0099 ***
Merton vs Heston	-0.0393 ***	-0.0004 **	0.0267 ***	0.0280 ***	0.0295 ***	0.0272 ***
Merton vs Bates	-0.0258 ***	0.0049 ***	0.0283 ***	0.0357 ***	0.0219 ***	0.0117 ***
Heston vs Bates	0.0135 ***	0.0053 ***	0.0016	0.0077 ***	-0.0077 ***	-0.0154 ***
二十日避險區間						
B-S vs Merton	0.0004	-0.0154 ***	-0.0259 ***	-0.0382 ***	-0.0144 ***	0.0003
B-S vs Heston	-0.0162 ***	-0.0144 ***	-0.0123 ***	-0.0228 ***	-0.0011 **	0.0107 ***
B-S vs Bates	-0.0118 ***	-0.0133 ***	-0.0124 ***	-0.0206 ***	-0.0042 ***	0.0051 ***
Merton vs Heston	-0.0165 ***	0.0010 **	0.0136 ***	0.0154 ***	0.0132 ***	0.0105 ***
Merton vs Bates	-0.0122 ***	0.0021 ***	0.0135 ***	0.0177 ***	0.0102 ***	0.0048 ***
Heston vs Bates	0.0043 ***	0.0011 **	-0.0002	0.0023 ***	-0.0031 ***	-0.0056 ***

說明：1.Black-Scholes模型代表本研究之對照組；Merton模型為跳躍-發散模型；Heston模型為隨機波動模型；Bates模型為跳躍-發散與隨機波動之混合模型。
2. *、**及***分別代表Wilcoxon符號等級檢定之10%、5%及1%顯著水準。

根據表4可知，臺指買權之Delta中立避險策略無論於何種避險區間下，隨機波動模型於價內買權之避險效果顯著相對優於其他模型，而價平及價外買權則大抵而言以跳躍-發散模型為顯著相對較佳之避險模型。至於在針對運用臺指賣權之Delta中立避險情況下，跳躍-發散模型於不同避險區間之價內及價平賣權均顯著相對優於其他模型。再者，Black-Scholes模型與跳躍-發散模型於價外賣權之避險績效雖然相對大於其他模型，但兩者間卻未呈現顯著之差異。

由於價內買權之變化趨勢可被隨機波動模型所具備之特性加以捕捉，進而使得隨機波動模型於價內買權大抵而言可獲得較佳之避險績效。再者，根據Bakshi Cao, and Chen (1997)與Alexander and Nogueira (2007)研究指出，未能精確訂價之Black-Scholes模型，其避險績效未必會相對較差。因此由上述Delta中立避險策略之實證結果顯示，除了價內買權情況外，跳躍-發散模型應為本研究樣本期間內較合適Delta中立避險之模型。

(二) Delta-Gamma 中立避險策略

首先，將近月、次近月及遠月選擇權之Delta-Gamma中立避險結果加以簡單平均，亦即探討不分近月、次近月及遠月選擇權之整體而言，則Black-Scholes模型、跳躍-發散模型、隨機波動模型以及混合模型的臺指整體選擇權避險績效如表5所示。至於不同模型的避險績效之Wilcoxon符號等級檢定值則彙總如表6所示。

表 5　Delta-Gamma中立避險運用於四種模型之臺指選擇權平均避險績效

	臺指買權			臺指賣權		
	價內	價平	價外	價內	價平	價外
五日避險區間						
B_S	0.5197	0.7271	0.8612	0.5520	0.7841	0.8438
Merton	0.4998	0.6886	0.8251	0.5777	0.8101	0.8366
Heston	0.5341	0.7286	0.8611	0.5423	0.7798	0.8382
Bates	0.4709	0.7209	0.7654	0.5512	0.7834	0.8429
十日避險區間						
B_S	0.5935	0.8012	0.8837	0.6198	0.8146	0.8511
Merton	0.5877	0.7705	0.8415	0.6443	0.8330	0.8385
Heston	0.5992	0.7970	0.8811	0.6258	0.8194	0.8618
Bates	0.5505	0.7945	0.8222	0.6221	0.8143	0.8511
二十日避險區間						
B_S	0.8018	0.9003	0.9607	0.8129	0.9190	0.9644
Merton	0.7991	0.8818	0.9443	0.8276	0.9251	0.9601
Heston	0.8053	0.8997	0.9586	0.8127	0.9172	0.9582
Bates	0.7801	0.8953	0.9296	0.8131	0.9188	0.9641

說明：Black-Scholes模型代表本研究之對照組；Merton模型為跳躍-發散模型；Heston模型為隨機波動模型；Bates模型為跳躍-發散與隨機波動之混合模型。

由表5可知，臺指買權之Delta-Gamma中立避險運用方面，除了價平買權之五日避險區間情況外，無論於何種避險區間下，大抵而言隨機波動模型所獲得之價內買權的平均避險績效最大。價平及價外買權則以Black-Scholes模型為相對較佳之避險模型。至於臺指賣權之Delta -Gamma中立避險運用方面，除了價外賣權之十日避險區間情況外，無論於何種避險區間下，價內及價平賣權以跳躍-發散模型所獲得之的平均避險績效最大。Black-Scholes模型於價外賣權之避險效果則相對優於其他模型。另一方面，隨著避險區間之增長，臺指選擇權之Delta-Gamma中立避險策略的避險效果愈佳。

表 6　Delta-Gamma中立避險下四種模型於臺指選擇權的避險績效之Wilcoxon符號等級檢定值

	臺指買權			臺指賣權		
	價內	價平	價外	價內	價平	價外
五日避險區間						
B-S vs Merton	0.0200 ***	0.0384 ***	0.0361 ***	-0.0257 ***	-0.0260 ***	0.0072 ***
B-S vs Heston	-0.0144	-0.0015 *	0.0001	0.0097 ***	0.0043 **	0.0056 ***
B-S vs Bates	0.0488 ***	0.0061 ***	0.0958 ***	0.0008 **	0.0007 ***	0.0009 ***
Merton vs Heston	-0.0343 ***	-0.0400 ***	-0.0361 ***	0.0354 ***	0.0303 ***	-0.0016
Merton vs Bates	0.0288 ***	-0.0323	0.0597	0.0265 ***	0.0267 ***	-0.0063 ***
Heston vs Bates	0.0632 ***	0.0077 ***	0.0957 ***	-0.0090 ***	-0.0036 *	-0.0047 **
十日避險區間						
B-S vs Merton	0.0058 **	0.0307 ***	0.0423 ***	-0.0245 ***	-0.0184 ***	0.0126 ***
B-S vs Heston	-0.0057 ***	0.0042	0.0026	-0.0060 ***	-0.0048 **	-0.0107 ***
B-S vs Bates	0.0431 ***	0.0068 ***	0.0616 ***	-0.0023 ***	0.0003 ***	-0.0001 ***
Merton vs Heston	-0.0115 ***	-0.0265 ***	-0.0397 ***	0.0185 ***	0.0136 ***	-0.0233 *
Merton vs Bates	0.0373 ***	-0.0239 **	0.0193	0.0222 ***	0.0187 ***	-0.0126 ***
Heston vs Bates	0.0488 ***	0.0026 ***	0.0590 ***	0.0037 ***	0.0052 **	0.0106 **
二十日避險區間						
B-S vs Merton	0.0028 **	0.0185 ***	0.0164 ***	-0.0147 ***	-0.0061 ***	0.0043 ***
B-S vs Heston	-0.0035 ***	0.0006	0.0021	0.0002 ***	0.0018 ***	0.0062 ***
B-S vs Bates	0.0217 ***	0.0050 ***	0.0311 ***	-0.0002 ***	0.0001 ***	0.0003 ***
Merton vs Heston	-0.0063 ***	-0.0178 ***	-0.0143 ***	0.0149 ***	0.0079 ***	0.0020 **
Merton vs Bates	0.0190 ***	-0.0134 ***	0.0146	0.0145 ***	0.0062 ***	-0.0040 ***
Heston vs Bates	0.0252 ***	0.0044 ***	0.0290 ***	-0.0004 **	-0.0017 ***	-0.0060 ***

說明：1.Black-Scholes模型代表本研究之對照組；Merton模型為跳躍-發散模型；Heston模型為隨機波動模型；Bates模型為跳躍-發散與隨機波動之混合模型。
2. *、**及***分別代表Wilcoxon符號等級檢定之10%、5%及1%顯著水準

根據表6可知，臺指買權之Delta-Gamma中立避險策略無論於何種避險區間下，隨機波動模型於價內買權之避險效果顯著相對優於其他模型。再者，Black-Scholes模型與隨機波動模型於價平及價外買權之避險績效雖然相對大於其他模型，但兩者間卻未呈現顯著之差異。至於針對運用臺指賣權之Delta-Gamma中立避險情況下，跳躍-發散模型於不同避險區間之價內及價平賣權均顯著相對優於其他模型。價外賣權則大抵而言以Black-Scholes模型可獲得顯著相對較佳之避險效果。

由於價內買權之變化趨勢可被隨機波動模型所具備之特性加以捕捉，進而使得隨機波動模型於價內買權大抵而言可獲得較佳之避險績效。再者，除了價內及價外買權情況外，四種選擇權評價模型於兩種現貨商品避險策略之優劣表現大抵而言呈現一致的現象。

(三) 個別模型下現貨商品避險策略之績效分析

現貨商品避險策略下Black-Scholes模型、跳躍-發散模型、隨機波動模型以及混合模型的臺指選擇權避險績效之Wilcoxon符號等級檢定值彙總如表7所示。

表 7　個別模型於現貨商品避險策略下臺指選擇權的避險績效之Wilcoxon符號等級檢定值

	臺指買權			臺指賣權		
	價內	價平	價外	價內	價平	價外
	D vs DG	D vs DG	D vs DG	D vs DG	D vs DG	D vs DG
五日避險區間						
B-S	0.0124 *	-0.0688 ***	-0.0968 ***	-0.0408 **	-0.0759 **	0.0044 **
Merton	0.0401	0.0325 **	0.0380	0.0802 ***	-0.0434 ***	0.0153
Heston	0.0767	-0.0102 ***	-0.0528 ***	0.0608 **	-0.0686 ***	-0.0360 **
Bates	0.1126	-0.0110 *	0.0406	0.0361 ***	-0.0599 ***	-0.0142 **
十日避險區間						
B-S	0.1669	0.0250	-0.0023 *	0.1326	0.0382	0.0732
Merton	0.1767 *	0.0873	0.0890 ***	0.1811 **	0.0491	0.0876
Heston	0.2045 **	0.0612	0.0226	0.1715 *	0.0331	0.0372
Bates	0.2397 ***	0.0585	0.0800 *	0.1675	0.0459	0.0632
二十日避險區間						
B-S	0.0885 ***	0.0175 *	-0.0192 **	0.0696 ***	0.0110	-0.0009
Merton	0.0909 ***	0.0514 ***	0.0231 ***	0.0932 ***	0.0192	0.0031 *
Heston	0.1012 ***	0.0325 *	-0.0048	0.0926 ***	0.0139	-0.0054
Bates	0.1221 ***	0.0359 *	0.0243 *	0.0900 ***	0.0153	-0.0058

說明：1.Black-Scholes模型代表本研究之對照組；Merton模型為跳躍-發散模型；Heston模型為隨機波動模型；Bates模型為跳躍-發散與隨機波動之混合模型。
2.D代表Delta中立避險策略，DG則為Delta-Gamma中立避險策略。
3. *、**及***分別代表Wilcoxon符號等級檢定之10%、5%及1%顯著水準。

根據表7可知，較短期間之五日避險區間下，除了價內買權未呈現顯著差異外，價平及價外買權之Delta-Gamma中立避險顯著相對優於Delta中立避險。再者，較長期間之十日及二十日避險區間下，除了價內買權之Delta中立避險可獲得顯著相對較佳之避險績效外，價平及價外買權大抵而言未呈現顯著之差異。至於針對運用臺指賣權之現貨商品避險結果與上述運用臺指買權為工具之效果差異不大。換言之，無論於何種避險區間下，價內賣權之Delta中立避險大抵而言可獲得相對顯著較佳之避險績效。再者，除了十日及二十日避險區間下價平及價外賣權之檢定結果未呈現顯著之差異外，大抵而言五日避險區間下價平及價外賣權之Delta-Gamma中立避險顯著相對優於Delta中立避險。

綜合以上所述，大抵而言短期間動態調整部位以可捕捉大範圍股價變化之Delta-Gamma 中立避險策略較為合適。然而隨著避險區間之增長，除了價內買權

及賣權之 Delta 中立避險可獲得顯著相對較佳之避險績效外，此兩種策略於各種價性運用上則大抵而言未呈現顯著之差異。

本研究進一步研判二十日避險區間之情況為何不一致的原因。一般而言，投資人較無意願購買高價格之近月價內買權，因而其交易量相對於近月價平及價外買權較少且波動性較大。然而距到期日較遠之買權契約，其波動性相對明顯下降。賣權方面則無論到期日長短，價內賣權之交易量相對價平及價外賣權較多且波動性較小。再加上本研究依臺指選擇權的到期日特性進行換月動作。因此較長避險區間所能包括之次近月及遠月價內選擇權亦相對較五日避險區間多，進而造成可捕捉小範圍價格波動之 Delta 中立避險於價內反而可獲得較佳之避險績效。換言之，較單純情況下以愈複雜的模型配適，其未必能獲得較佳之績效。

五、衍生性商品之選擇權避險策略運用

(一) 最小避險風險法

首先，將近月、次近月及遠月選擇權之最小避險風險法避險結果加以簡單平均，亦即探討不分近月、次近月及遠月選擇權之整體而言，則Black-Scholes模型、跳躍-發散模型、隨機波動模型以及混合模型的臺指整體選擇權避險績效如表8所示。至於不同模型的避險績效之Wilcoxon符號等級檢定值則彙總如表9所示。

表 8　最小避險風險法運用於四種模型之臺指選擇權平均避險績效

	臺指買權	臺指賣權
五日避險區間		
B_S	0.6921	0.7350
Merton	0.6922	0.7350
Heston	0.7026	0.7355
Bates	0.6923	0.7339
十日避險區間		
B_S	0.7405	0.7443
Merton	0.7466	0.7472
Heston	0.7671	0.7450
Bates	0.7404	0.7443
二十日避險區間		
B_S	0.7653	0.7847
Merton	0.7849	0.7968
Heston	0.8034	0.7955
Bates	0.7646	0.7850

說明：Black-Scholes模型代表本研究之對照組；Merton模型為跳躍-發散模型；Heston模型為隨機波動模型；Bates模型為跳躍-發散與隨機波動之混合模型。

由表8可知，臺指買權之最小避險風險法運用方面，各模型間避險績效差異不大，其中隨機波動模型於不同避險區間下均可獲得相對較大之避險效果。至於臺指賣權之最小避險風險法運用方面，各模型間避險績效差異不大，其中隨機波動模型可獲得相對較大之五日避險績效。跳躍-發散模型則於十日及二十日之避險效果相對優於其他模型。另一方面，隨著避險區間增長，臺指選擇權之最小避險風險法的避險效果愈佳。

表 9　最小避險風險法下四種模型於臺指選擇權的避險績效之Wilcoxon符號等級檢定值

	臺指買權	臺指賣權
五日避險區間		
B-S vs Merton	-0.0001 **	0.0001
B-S vs Heston	-0.0104 ***	-0.0005 **
B-S vs Bates	-0.0002	0.0011 **
Merton vs Heston	-0.0104 ***	-0.0005 *
Merton vs Bates	-0.0002 *	0.0011 **
Heston vs Bates	0.0102 ***	0.0016 ***
十日避險區間		
B-S vs Merton	-0.0061	-0.0029
B-S vs Heston	-0.0266 ***	-0.0006 *
B-S vs Bates	0.0001	-0.0000
Merton vs Heston	-0.0204 ***	0.0022
Merton vs Bates	0.0062	0.0029
Heston vs Bates	0.0267 ***	0.0006 **
二十日避險區間		
B-S vs Merton	-0.0195 ***	-0.0121 ***
B-S vs Heston	-0.0380 ***	-0.0108 ***
B-S vs Bates	0.0008 ***	-0.0004 **
Merton vs Heston	-0.0185 ***	0.0013 **
Merton vs Bates	0.0203 ***	0.0118 ***
Heston vs Bates	0.0388 ***	0.0104 ***

說明：1.Black-Scholes模型代表本研究之對照組；Merton模型為跳躍-發散模型；Heston模型為隨機波動模型；Bates模型為跳躍-發散與隨機波動之混合模型。
2. *、**及***分別代表Wilcoxon符號等級檢定之10%、5%及1%顯著水準。

根據表9可知，臺指買權之最小避險風險法無論於何種避險區間下，隨機波動模型之避險效果均顯著相對優於其他模型。至於在針對運用臺指賣權之最小避險風險法下，除了十日避險區間未能判定檢定結果外，隨機波動模型可獲得顯著相對較佳之五日避險績效。跳躍-發散模型之二十日避險績效則顯著相對優於其他模型。

(二) 最適 CVaR 避險策略

首先，將近月、次近月及遠月選擇權之最適CVaR避險結果加以簡單平均，亦即探討不分近月、次近月及遠月選擇權之整體而言，則Black-Scholes模型、跳躍-發散模型、隨機波動模型以及混合模型的臺指整體選擇權避險績效如表10所示。至於不同模型的避險績效之Wilcoxon符號等級檢定值則彙總如表11所示。

表 10　最適CVaR避險運用於四種模型之臺指選擇權平均避險績效

	臺指買權		臺指賣權	
	95%	99%	95%	99%
五日避險區間				
B_S	0.5714	0.6168	0.5354	0.5606
Merton	0.6521	0.6663	0.6151	0.6018
Heston	0.7190	0.6117	0.7248	0.8003
Bates	0.7491	0.7625	0.7882	0.7332
十日避險區間				
B_S	0.6301	0.6096	0.5820	0.5886
Merton	0.6033	0.6017	0.6263	0.6136
Heston	0.7172	0.6833	0.8152	0.9029
Bates	0.8994	0.7841	0.8474	0.9139
二十日避險區間				
B_S	0.6010	0.7332	0.5469	0.5693
Merton	0.5940	0.7181	0.6018	0.6530
Heston	0.6673	0.5841	0.7892	0.7576
Bates	0.8530	0.8105	0.8499	0.8399

說明：Black-Scholes模型代表本研究之對照組；Merton模型為跳躍-發散模型；Heston模型為隨機波動模型；Bates模型為跳躍-發散與隨機波動之混合模型。

由表10可知，無論於臺指買權之95%或99%信賴水準的最適CVaR避險策略下，混合模型於不同避險區間下均可獲得相對較大之避險績效。至於臺指賣權之最適CVaR避險運用方面，除了五日避險區間之99%信賴水準的最適CVaR避險策略外，混合模型於不同信賴水準及不同避險區間下的避險效果相對優於其他模型。另一方面，隨著避險區間之增長，臺指選擇權之最適CVaR避險的避險效果未必呈現相對較佳之趨勢。

根據表11可知，除了五日避險區間之95%信賴水準的最適CVaR避險策略情況外，混合模型於不同信賴水準及不同避險區間下的最適CVaR避險效果顯著相對優於其他模型。至於在針對運用臺指賣權之最適CVaR避險策略下，除了五日

避險區間之99%信賴水準的最適CVaR避險策略情況外，混合模型於不同信賴水準及不同避險區間下可獲得顯著相對較佳之避險績效。

表11　最適CVaR避險下四種模型於臺指選擇權的避險績效之Wilcoxon符號等級檢定值

	臺指買權		臺指賣權	
	95%	99%	95%	99%
五日避險區間				
B-S vs Merton	-0.0807 *	-0.0495	-0.0798 ***	-0.0412
B-S vs Heston	-0.1476 ***	0.0051	-0.1894 ***	-0.2397 ***
B-S vs Bates	-0.1777 ***	-0.1457 ***	-0.2529 ***	-0.1725 ***
Merton vs Heston	-0.0669	0.0546	-0.1097 ***	-0.1985
Merton vs Bates	-0.0970 ***	-0.0962 ***	-0.1731 ***	-0.1314 ***
Heston vs Bates	-0.0302	-0.1508 ***	-0.0635 **	0.0671 ***
十日避險區間				
B-S vs Merton	0.0268	0.0079	-0.0443 **	-0.0250
B-S vs Heston	-0.0871 ***	-0.0737 **	-0.2332 ***	-0.3143 ***
B-S vs Bates	-0.2694 ***	-0.1745 ***	-0.2654 ***	-0.3253 ***
Merton vs Heston	-0.1139 ***	-0.0816 **	-0.1889 ***	-0.2893
Merton vs Bates	-0.2961 ***	-0.1825 ***	-0.2210 ***	-0.3003 ***
Heston vs Bates	-0.1822 ***	-0.1008 ***	-0.0322 ***	-0.0110 ***
二十日避險區間				
B-S vs Merton	0.0070	0.0151	-0.0549 *	-0.0838 ***
B-S vs Heston	-0.0663 **	0.1491 ***	-0.2423 ***	-0.1884 ***
B-S vs Bates	-0.2520 ***	-0.0774 ***	-0.3030 ***	-0.2707 ***
Merton vs Heston	-0.0733 **	0.1340 ***	-0.1874 **	-0.1046
Merton vs Bates	-0.2590 ***	-0.0924 ***	-0.2481 ***	-0.1869 ***
Heston vs Bates	-0.1857 ***	-0.2264 ***	-0.0607 ***	-0.0823 ***

說明：1.Black-Scholes模型代表本研究之對照組；Merton模型為跳躍-發散模型；Heston模型為隨機波動模型；Bates模型為跳躍-發散與隨機波動之混合模型。
2. *、**及***分別代表Wilcoxon符號等級檢定之10%、5%及1%顯著水準。

(三) 個別模型下衍生性商品避險策略之績效分析

衍生性商品避險策略下個別模型的臺指選擇權避險績效之Wilcoxon符號等級檢定值則彙總如表12所示。

根據表12可知，臺指買權之衍生性商品避險策略運用於五日避險區間下，大抵而言最小避險風險法與最適CVaR避險策略間差異不大。至於十日及二十日避險區間下，最小避險風險法之避險績效顯著相對優於最適CVaR避險策略。再者，不同信賴水準之最適CVaR避險比較上，大抵而言五日及十日避險區間下不同信賴水準之最適CVaR避險間未呈現顯著之差異。但於較長期之二十日避險區間

下，個別模型之檢定結果大抵而言顯示不同信賴水準之最適CVaR避險間差異不大。

表 12　個別模型於衍生性商品避險策略下臺指選擇權的避險績效之Wilcoxon符號等級檢定值

	臺指買權		
	MHR vs CVaR95%	MHR vs CVaR99%	CVaR95% vs CVaR99%
五日避險區間			
B-S	0.1207 ***	0.0753 *	-0.0454 **
Merton	0.0401	0.0259	-0.0142
Heston	-0.0164	0.0909 ***	0.1073 ***
Bates	-0.0568	-0.0702 *	-0.0134 *
十日避險區間			
B-S	0.1104 ***	0.1309 ***	0.0205
Merton	0.1433 ***	0.1449 ***	0.0016
Heston	0.0498	0.0837 **	0.0339
Bates	-0.1591 ***	-0.0438 **	0.1153 *
二十日避險區間			
B-S	0.1643 ***	0.0321 **	-0.1322 ***
Merton	0.1908 ***	0.0667	-0.1241 ***
Heston	0.1361 ***	0.2192 ***	0.0832 **
Bates	-0.0885 ***	-0.0460 ***	0.0425 ***
	臺指賣權		
	MHR vs CVaR95%	MHR vs CVaR99%	CVaR95% vs CVaR99%
五日避險區間			
B-S	0.1996 ***	0.1743 ***	-0.0253
Merton	0.1199 ***	0.1332 ***	0.0133
Heston	0.0107	-0.0648	-0.0756 **
Bates	-0.0544	0.0007	0.0551
十日避險區間			
B-S	0.1623 ***	0.1557 ***	-0.0066
Merton	0.1209 ***	0.1336 **	0.0128
Heston	-0.0702 ***	-0.1579 ***	-0.0877 ***
Bates	-0.1030 ***	-0.1696 ***	-0.0665 **
二十日避險區間			
B-S	0.2377 ***	0.2154 ***	-0.0223
Merton	0.1950 ***	0.1438 ***	-0.0512
Heston	0.0063	0.0378	0.0316
Bates	-0.0649 ***	-0.0549 ***	0.0100

說明：1.Black-Scholes模型代表本研究之對照組；Merton模型為跳躍-發散模型；Heston模型為隨機波動模型；Bates模型為跳躍-發散與隨機波動之混合模型。
2.MHR代表最小避險風險法；CVaR95%及CVaR99%分別代表95%及99%信賴水準的最適CVaR避險策略。
3. *、**及***分別代表Wilcoxon符號等級檢定之10%、5%及1%顯著水準。

至於針對運用臺指賣權之衍生性商品避險策略方面，不同避險區間下Black-Scholes模型及跳躍-發散模型之最小避險風險法的避險績效顯著相對優於最適CVaR避險策略。然而隨機波動模型及混合模型於十日及二十日避險區間下則以最適CVaR避險策略顯著相對較佳。再者，不同信賴水準之最適CVaR避險比

較上，雖然於五日及十日避險區間下隨機波動模型及混合模型模型之避險結果顯示99%信賴水準之最適CVaR避險策略相對較佳，但大抵而言兩策略間差異不大。

綜合以上所述，雖然各選擇權評價模型所建構之最小避險風險法及最適CVaR避險等策略的避險結果呈現不一致性，然而大抵而言最小避險風險法所獲得之避險績效顯著相對較佳。此外，不同信賴水準下最適CVaR避險策略間差異不大，且整體而言99%信賴水準之最適CVaR避險之避險績效顯著相對優於95%信賴水準之最適CVaR避險。

伍、結論與建議

國內臺指選擇權於民國 90 年 12 月 24 日上市之後，從一開始零星的交易量成長至目前上萬口的成交量，且近年來成交口數亦佔國內衍生性商品市場一定之比例。因此，臺指選擇權市場已逐漸為投資人所接受並成為其投資之新標的。

藉由提供改良後之選擇權評價模型，冀望能對投資人分析選擇權之投資決策有利且亦爭取其進行投資決策之效率。根據選擇權訂價之實證結果顯示，於不分近月、次近月及遠月情況下，跳躍-發散模型、隨機波動模型以及混合模型等三種修正模型無論於樣本外整體任何價性之評價結果均優於對照組Black-Scholes模型。其次，樣本外的買權評價大抵而言以隨機波動模型為最佳之評價模型；賣權評價則以隨機波動模型以及混合模型為相對較佳之模型。此結果與國外學者之實證結果相一致。再者，因本研究之樣本期間為一空頭市場，因此樣本外各模型其不同價性之賣權評價誤差相對較買權為小。本研究進一步研判樣本外預測之部分混合模型顯著相對優於隨機波動模型的可能原因為隨機波動模型雖然幾乎可以隨機波動的概念來解釋臺指選擇權價格之變化，但整體價內買權、整體價平及價外賣權之交易量相對較少，因而相對較易出現選擇權價格跳躍之現象。因此，考慮隨機波動再加上跳躍狀況之混合模型可能較易捕捉其選擇權價格跳躍的情況。換言之，混合模型於近月、次近月價內買權以及不同到期日的價平、價外賣

權的情況下將優於隨機波動模型。

衍生性金融商品皆具有高槓桿與高風險之特性，若操作不當，極可能產生巨大的虧損。因此，對身處於瞬息萬變環境下之投資者而言，需要一有效避險策略來規避所承擔之風險部位。首先關於現貨商品避險方面，臺指價內買權或賣權避險策略運用以Delta中立避險效果較佳；股價波動幅度較大之價平及價外選擇權則以採用Delta-Gamma中立避險策略較為合適。其次，空頭市場中臺指賣權所建構的現貨商品避險策略之避險效果大抵而言相對較優於以臺指買權為避險工具之避險效果，且隨著避險區間之增長，各模型與策略之避險績效愈佳。至於衍生性商品避險方面，最小避險風險法大抵而言顯著相對優於最適CVaR避險策略，且整體而言信賴水準愈高的最適CVaR避險策略其避險績效愈佳。換言之，在探討理論價格與實際價格之評價誤差時，模型假設的放寬將可以降低其評價誤差，但於進行實際避險時則模型假設的放寬卻較無助於增加其避險績效，反而是一個較佳的避險策略將可大幅有效增加其避險績效。

参考文獻

Alexander, G. J. and A. M. Baptista (2003), "Portfolio Performance Evaluation Using Value at Risk," *Journal of Portfolio Management*, 29, 93-102.

Alexander, S., T. F. Coleman and Y. Li (2004), "Derivative Portfolio Hedging Based on CVaR," *New Risk Measures for the 21st Century*, 339-363.

Alexander, S., T. F. Coleman and Y. Li (2006), "Minimizing CVaR and VaR for a Portfolio of Derivatives," *Journal of Banking & Finance*, 30, 583-605.

Alexander, Carol and Leonardo M. Nogueira (2007), "Model-Free Hedge Ratios and Scale-Invariant Models," *Journal of Banking & Finance*, 31, 1839-1861.

Artzner, P., F. Delbaen, J. M. Eber and D. Heath (1999), "Coherent Measures of Risk," *Mathematical Finance*, 9(3).

Bachelier, L. (1900), "Theorie de la. Speculation," Ann. Ec. Normale Superiue III 17, 21-86.

Bakshi, G., C. Cao and Z. Chen (1997), "Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models," *The Journal of Finance*, 5, 2003-2049.

Bakshi, G. and D. B. Madan (2000), "Spanning and Derivative Security Valuation," *Journal of Financial Economics*, 55, 205-238.

Bates, D. (1996), "Jump and Stochastic Volatility: Exchange Rate Processes Implicit in Deutsche Mark Options," *Review of Financial Studies*, 9, 69-107.

Benth, F. E. and J. Saltyte-Benth (2005), "Analytical Approximation for the Price Dynamics of Spark Spread Options," Working Paper, 2005.

Black, F. and M. Scholes (1973), "The Pricing of Options and Coporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, 81, 637-659.

Borak, S., K. Detlefsen and W. Hardle (2005), "FFT Based Option Pricing, Statistical Tools for Finance and Insurance," Springer, Berlin.

Boyle, K. A, T. F. Coleman and Y. Li (2003), "Hedging a Portfolio of Derivatives by Modeling Cost," *IEEE Proceedings of the 2003 International Conference on Computational Intelligence for Financial Engineering (CIFEr2003)*, March 21-23.

Carr, P. and D. Madan (1999), "Option Valuation Using the Fast Fourier Transform," *Journal of Computational Finance*, 2, 61-73.

Chan, K. C., Louis T. W. Cheng, and Peter P. Lung (2006), "Testing the Net Buying Pressure Hypothesis during the Asian Financial Crisis: Evidence from Hang Kong Index Options," *The Journal of Financial Research,* 29(1), 3-62.

Coleman, T. F., Y. Kim, Y. Li and M. Patron (2007), "Robustly Hedging Variable Annuities with Guarantees under Jump and Volatility Risks," *The Journal of Risk and Insurance*, 74(2), 347-376.

Cox, J. C. and S. A. Ross (1976), "A Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes," *Journal of Financial Economics*, 3, 145-166.

Cox, J. C., S. A. Ross and M. Rubinstein (1979), "Option Pricing: a Simplified Approach," *Journal of Financial Economics*, 7, 229-264.

Detlefsen, K. (2004), "Hedging Exotic Options in Stochastic Volatility and Jump Diffusion Models," Humboldt-Universit at zu Berlin, Master thesis Statistics and Econometrics, February 2005.

Duarte, A. M. (1998), "Optimal Value at Risk Hedge Using Simulation Methods," *Derivatives Quarterly*, 5(2), 67-75.

Heston, S. (1993), "A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options," *Review of Financial Studies*, 6, 327-343.

Horst, E. T., R. L. Wolpert and S. W. Malone (2006), "Pricing and Hedging Options on Assets Driven by Infinitely Divisible Vector Processes," Working paper, 2006.

Hull, J. C. and A. D. White (1987), "The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities," *Journal of Finance*, 42(2), 281-300.

Hull, J. C. and A. D. White (1993), "One-Factor Interest-Rate Models and the Valuation of Interest-Rate Derivative Securities", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28, 235-254.

Mausser, H., D. Rosen (1999), "Efficient Risk/Return Frontiers for Credit Risk," *Algo Research Quarterly*, 2(4), 35-47.

Merton, R. (1976), "Option Pricing When Underlying Stock Return Are Discontinuous," *Journal of Financial Economics*, 3, 125-144.

Rockafellar, R. T. and S. Uryasev (2000), "Optimization of Conditional Value-at-Risk," *Journal of Risk*, 2(3), 21-41.

Rockafellar, R. T. and S. Uryasev (2002), "Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions," *Journal of Banking and Finance,* 26(7), 1443-1471.

Roon, F. De, C. Veld and J. Z. Wei (1995), "A Study on the Efficiency of the Market for Dutch Long Term Call Options," SSRN, *Working Paper Series*, G13, December 1995.

Samuelson, P. (1965), "Rational Theory of Warrant Pricing," *Industrial Management Review,* 6, 13-31.

Uryasev, S. (2000), "Conditional Value-at-Risk: Optimization Algorithms and Applications," *Financial Engineering News*, 14.

Walker, J. S. (1991), "Fast Fourier Transforms," CRC Press, Inc.

Windcliff, H., P. A. Forsyth and K. R. Vetzal (2003), "Pricing Methods and Hedging Strategies for Volatility Derivatives," University of Waterloo, Working paper.